

Análisis de una actividad didáctica en la que se usa la computadora como herramienta cognitiva

Betina Williner

Universidad Nacional de La Matanza, Argentina
bwilliner@unlam.edu.ar

Resumen

La incorporación de la computadora en la clase de matemática es un tema complejo de resolver. Qué función cumple dicha herramienta, cómo diseñar actividades con la misma, qué rol tiene el docente, qué habilidades puede desarrollar el alumno, son sólo algunas de las cuestiones a determinar cuando queremos integrar la computadora a nuestras clases.

Al respecto llevamos a cabo una investigación bajo el contexto de una tesis de Maestría en carreras de ingeniería de la Universidad Nacional de La Matanza. La misma tenía como objetivo principal indagar sobre el desarrollo de habilidades matemáticas ligadas al concepto de derivada cuando los estudiantes trabajan con computadora y en entorno de lápiz y papel.

De las diversas posibilidades que nos brinda el uso de la computadora la elegimos como *herramienta cognitiva*.

Mostramos en este artículo el marco teórico base de nuestra investigación, explicamos cómo usamos esta herramienta en nuestras clases, cómo diseñamos las actividades, brindamos una actividad y los resultados obtenidos a través de la misma.

Introducción

La incorporación de la computadora u otro tipo de tecnología en la clase de matemática es una realidad que, como docentes, ya no podemos cuestionar sino asumirla. El tema no es simple. Por un lado existen numerosos informes de investigación que reportan los logros en el aprendizaje obtenidos al incorporar herramientas informáticas a la

clase de Matemática (Cuicas, Debel, Casadei y Alvarez, 2007; Castillo, 2008; Depool y Camacho, 2001). Pero también existen otros (Contreras de la Fuente et al., 2005) que exponen que el uso de recursos informáticos no garantiza resultados satisfactorios en la enseñanza-aprendizaje de conceptos como límite, continuidad y derivada de una función. Ante esta realidad efectuamos una investigación en el primer año de carreras de Ingeniería bajo el contexto de una tesis de Maestría, en la cual utilizamos como metodología la de Test Inicial, Test Final y grupo control. Para lograr los objetivos planteados y corroborar o no la hipótesis de investigación, el grupo experimental desarrolló su actividad con software *Mathematica* y el grupo control lo hizo en entorno de lápiz y papel.

De las diversas teorías sobre el uso de la computadora en la clase de Matemática elegimos para llevar adelante el estudio la que la incorpora como *herramienta cognitiva*.

En este artículo explicamos las características que describe la incorporación de la computadora como herramienta, los elementos teóricos para tener en cuenta al diseñar una actividad con computadora, un ejemplo que elaboramos para nuestra experiencia y algunas reflexiones al respecto.

Marco teórico

El marco teórico está formado por los siguientes aspectos:

- Diferentes usos de la computadora en la clase de matemática.
- La computadora como herramienta cognitiva.

- Diseño de actividades con computadora.
- Componentes de una actividad con uso de computadora en la clase de matemática.

Diferentes usos de la computadora en la clase de matemática

Bruner (1966, citado en Tall, 2003) define al *homo sapiens* como una especie utilizadora de herramientas. Agrega que el uso que haga el hombre de su mente depende de su habilidad para desarrollar o usar herramientas, instrumentos o tecnología que hagan posible expresar y desarrollar sus poderes. Con esta cita queremos hacer notar que la evolución de la especie humana fue posible por el uso de diversas herramientas, de acuerdo al momento histórico en el que se vive.

Por su parte, el Consejo Nacional de Profesores de Matemática de los Estados Unidos (NCTM, 2003) declara que el currículo de matemática de todos los niveles, debe incorporar la tecnología educativa en pro de un aprendizaje más efectivo y el desarrollo de habilidades por parte del estudiante. Agrega que es función de los docentes prepararse para efectuar decisiones sobre cómo y cuándo los alumnos pueden usar estas herramientas de un modo más efectivo.

Oteiza, Silva y el Equipo Comenius (2001), exponen las *metáforas* que identifican los sucesivos cambios que sufrieron las aplicaciones de estas tecnologías a la educación. Basados en las ideas de Taylor explican diferentes usos de la computadora:

Como tutor: se pensó el ordenador como una máquina de enseñanza. Al ser tutor, la máquina brinda información, el estudiante responde a algún ejercicio o pregunta basada en esa información (con diferentes niveles de dificultad), y luego el programa le da un feedback al alumno. En esta categoría podemos incluir los programas que ofrecen una serie de juegos para aprender números, operaciones, relaciones, entre otros (Cuevas, s.f.). A partir de la década de los ochenta,

progresaron gracias a las técnicas de la Inteligencia Artificial, dando origen a los Sistemas Tutoriales Inteligentes. Cuevas explica que en estos sistemas, se provee un modo de enseñanza flexible a través del cual se evalúan las respuestas del estudiante a preguntas propuestas por el sistema. De acuerdo a los resultados de esta evaluación se decide si se presenta al estudiante nuevo material o se propone material que remedie dicho error. Esto conlleva a que internamente el sistema tenga implementado un modelo de error del alumno, es decir, se anticipa a todos los posibles errores y aciertos que el estudiante-usuario puede incurrir al resolver un determinado problema. Los objetivos educativos que se persiguen con su uso son los que propone el programa de enseñanza contenido en el software. Pone énfasis en el autoaprendizaje.

Como aprendiz: es el estudiante quien “enseña” al ordenador (el que se convierte en aprendiz), programando mediante algún lenguaje como BASIC y LOGO, y más actuales, VISUAL BASIC, C, JAVA, entre otros. Un gran sector de educadores matemáticos afirma que la enseñanza de ciertos lenguajes de programación favorece el desarrollo de habilidades matemáticas y lógicas en la resolución de problemas (Cuevas, s.f.). Este autor cita, a nivel superior, a Moreno y Sacristán (1996) que han desarrollado experiencias tendientes a lograr la interiorización del concepto de límite mediante la confección de programas recursivos en LOGO. En otras investigaciones se enseña a los estudiantes a programar en FORTRAN, VISUAL BASIC o PASCAL para que adquieran ciertos conceptos matemáticos como el de función, variable y límite. Por último Cuevas (s.f.) cita a Dubinsky (1989) que trabaja en cursos de matemática a nivel superior usando ITSEL y afirma que mediante la programación se efectúan los constructos matemáticos paralelos en la mente de los estudiantes, pudiéndose lograr la interiorización de ciertos conceptos.

Como herramienta: con la aparición de procesadores de texto, planillas electrónicas y otros programas, no fue necesario aprender a programar para usar la computadora. En el caso de la matemática, programas como *Geogebra*, *Derive*, *Mathematica*, *Matlab*, entre otros, abren la posibilidad a una amplia gama de aprendizajes. Estos programas son llamados en la cultura anglosajona Computer Álgebra System (CAS), ya que con estos programas se pueden realizar cálculos, operaciones algebraicas, resolver ecuaciones, trabajar con matrices, efectuar derivación e integración en forma simbólica y numérica, graficar, etc. Así el docente puede diseñar actividades en el aula haciendo uso de estos paquetes. No podemos dejar de mencionar aquí, el uso de hojas de cálculo como Excel. Muchos educadores se basan en este tipo de paquetes como herramientas en cursos de aritmética, álgebra, estadística y análisis numérico.

Como multimedia: variante tecnológica que combina gráficos, color, hipervínculos y sonido. Gayesky (1992, citado en Salinas 1994), define multimedia como una clase de sistemas de comunicación interactivos controlada por ordenador que crea, almacena, transmite y recupera redes de información textual, gráfica y auditiva. Facilita la visualización, la comprensión de conceptos, las aplicaciones y las simulaciones.

Como dispositivo comunicacional (Internet, comunicaciones, correo electrónico, chats, etc.): la web, red mundial que combina comunicación con multimedia, abrió a gran parte de la población las puertas a un mundo de oportunidades que hasta ese entonces eran inalcanzables. La información disponible, la posibilidad de comunicarse con personas de cualquier parte del mundo, produjeron un gran impacto en el trabajo y en el conocimiento. En particular, en la educación, permite al alumno ampliar la información y navegar por diferentes sitios. Cuevas (s.f.) cita, en el caso de la matemática, la producción de applet's como Descartes 2 y Descartes 3, que permiten en una pantalla usual de internet escribir la definición de un

objeto matemático e instalar un applet (ventana) con ese objeto matemático (función, gráfica, etc.) con el fin de manipularlo.

La computadora como herramienta cognitiva

En particular, nosotros nos concentraremos en el uso de la computadora como *herramienta cognitiva*, es decir, su propósito es abordar y facilitar determinados procesos cognitivos. Jonassen, Carr y Yueh (1998) afirman que la tecnología debe usarse como una herramienta de construcción del conocimiento, de manera que los estudiantes aprendan “con” ella y no “de” ella. Agregan que las computadoras pueden favorecer más efectivamente el aprendizaje significativo y la construcción del conocimiento en la educación superior, como herramientas de amplificación cognitiva para reflexionar sobre lo que los estudiantes han aprendido y lo que saben. En lugar de usar el poder de la tecnología de los computadores para difundir información, estos deben usarse, en todas las áreas de estudio, como herramientas para hacer que los estudiantes participen en el pensamiento reflexivo y crítico acerca de las ideas que están estudiando.

Para Esteban (2002) las herramientas informáticas son herramientas cognitivas cuyo propósito es abordar y facilitar determinados procedimientos cognitivos. Se trata de dispositivos intelectuales utilizados para visualizar, organizar, automatizar o suplantar las técnicas del pensamiento. Este autor, citando a Jonassen, explica diversas formas de usarlas. Por ejemplo, sirven para representar de una mejor manera el problema o ejercicio que se esté realizando (herramientas de visualización como *Mathematica*). Otras ayudan a articular información con los conocimientos previos del alumno, de manera que se establezcan relaciones, conexiones, consecuencias, entre otras (por ejemplo base de datos). Algunas permiten representar relaciones de dependencia de fenómenos (herramientas de modelización del conocimiento); o pueden

servir para consolidar esquemas preexistentes en el aprendizaje mediante la automatización de los ejercicios de un nivel inferior (realización de algoritmos o cálculos); también pueden ayudar a buscar la información pertinente y necesaria para resolver un problema (motores de búsqueda). En todos los casos deben seleccionarse adecuadamente dependiendo de la tarea que se quiera llevar a cabo.

Diseño de actividades con computadora

Los materiales didácticos constituyen un papel fundamental en la creación de ambientes propicios para el aprendizaje. Autores como Martín, Castilla, De Pascuale, y Echenique (2004) inscriben a la actividad didáctica dentro del marco de las estrategias metodológicas y la definen como “un instrumento que organiza y coordina intencionalmente las acciones de docentes y alumnos, en función del sentido del aprendizaje que se desea promover” (p.3). Si enfocamos nuestro interés en el diseño de actividades usando tecnología, Sosa, Aparicio y Tuyub (2008), proponen:

- Utilizar las posibilidades del software para construir tablas, hacer gráficos, construir funciones, controlar cálculos; de manera tal que el alumno lleve a cabo procesos de experimentación y análisis de diferentes situaciones para determinar propiedades y características de los objetos matemáticos en estudio.
- Fomentar el uso de varios registros de representación de un mismo objeto matemático, ya que no basta hacer visible un concepto matemático con el uso de la computadora, sino que se deben plantear procesos de codificación y decodificación que reorganicen la estructura conceptual de los alumnos respecto a los conceptos tratados.
- Promover procesos de visualización matemática, contextualizar las propiedades de los conceptos, favorecer la experimentación y la exploración, realizar inferencias, establecer conjeturas y generar argumentos.

Fernández, Lima e Izquierdo (2000) recomiendan que para elaborar una propuesta didáctica que incluya una herramienta informática debemos seguir las siguientes etapas:

- Análisis de necesidades educativas. En esta etapa se detectan problemas, se analizan alternativas de solución y se establece el papel de la computadora en la solución.
- Selección del software matemático a utilizar. Una vez identificado qué se va a hacer, los temas que se van a tratar, se debe definir el soporte computacional a utilizar. En esta etapa no sólo debemos tener en cuenta cuál sería el mejor recurso sino también su disponibilidad en la institución que trabajamos o su costo en el caso de tener que adquirirlo. También es importante considerar la preparación de los docentes que se encomiendan en la tarea.
- Diseño de los trabajos a realizar. Esta fase es fundamental. Para propiciar en los alumnos la exploración, la elaboración de conjeturas, estudio de casos, generalizaciones, y la resolución de problemas, las actividades deben estar cuidadosamente diseñadas. La improvisación o el valernos de ejercitación habitual pueden traer como consecuencias que sólo utilicemos la tecnología como una calculadora potente y no logremos los objetivos planteados.

Componentes de una actividad con uso de computadora en la clase de matemática

Berger (2009) establece tres componentes claves en una tarea matemática diseñada con CAS: construcción de signos, experimentación y transformación de signos e interpretación de los signos transformados. Según esta autora, cuando diseñamos este tipo de tareas, tenemos que aislar cada una de estas componentes con el fin de examinar sus implicaciones para la enseñanza y el aprendizaje.

Con respecto a la *construcción de signos*, las tareas basadas en CAS requieren, por parte de los estudiantes, la construcción de un

conjunto de símbolos (representación de un objeto matemático a través de un gráfico, o la definición de una función o un procedimiento como resolver una ecuación). En esta construcción tiene importancia la sintaxis del programa que se usa. Por ejemplo: los diferentes usos del signo igual en *Mathematica*, implican distintos tipos de equivalencia. Esto muestra que la “conciencia matemática” que se necesita cuando se usa CAS es diferente a la que se necesita cuando se usa lápiz y papel. Entonces, un diseño adecuado de las tareas con CAS demanda tener conciencia del tipo de conocimiento mixto (matemático y sintáctico) requerido por el usuario para construir signos matemáticos adecuados. Puede ser que el diseño de la tarea deba incluir una guía sobre tal construcción.

En cuanto a la *experimentación*, la autora menciona dos tipos de experimentación en tareas diseñadas con CAS:

- Derivadas de conjeturas: uno de los más importantes usos de CAS como herramienta de aprendizaje es la posibilidad que brinda para generar ejemplos de una construcción matemática particular. A partir de estos ejemplos el estudiante puede formular una hipótesis o generalizar propiedades matemáticas, que luego será necesario probarlas, probablemente usando lápiz y papel. Esta especie de tarea es importante en varios aspectos. Permite al estudiante moverse desde un caso particular al general y además deben ser conscientes que encontrar un patrón no es suficiente para determinar una verdad matemática. Para una certeza matemática se necesita una demostración y no una conjetura inductiva.

- Valores pragmáticos frente a valores epistémicos de la experimentación: una de las virtudes más expuestas de los CAS es que son una fuente de abastecimiento de poder de procesamiento, es decir, uno puede usar CAS para realizar tareas tediosas y que consumen tiempo. Sin embargo, este uso de CAS como herramienta de cómputo tiene consecuencias. Artigue (2002) diferencia actividades que tienen valor pragmático y actividades que tienen valor epistémico. Los valores

pragmáticos conciernen a la eficiencia o potencial productivo. Los valores epistémicos se refieren a la medida en que las actividades matemáticas contribuyen a una comprensión de los objetos matemáticos. Por mucho que podemos considerar la ejecución de determinados procedimientos (como hallar las raíces de un polinomio de quinto grado) tediosa y mecánica, podemos ganar conocimiento conceptual sobre las propiedades y características de la construcción matemática. Así, aunque el uso del CAS logra liberar al estudiante de actividades arduas, su uso irreflexivo puede contribuir al subdesarrollo de ciertos conceptos, que a menudo son aprendidos junto a actividades procesales. Con respecto al diseño de la tarea, dar u ocultar información, puede permitir o inhibir la experimentación y afectar profundamente el valor epistémico de la misma.

Por último, al resolver cualquier tarea matemática, el alumno tiene que *interpretar* varios signos. La interpretación de los signos basados en CAS es diferente a la interpretación de los signos matemáticos tradicionales. Esta interpretación debe involucrar al usuario a ser consciente de ciertas convenciones en el formato de salida. Por ejemplo, el software *Mathematica* cuando

simplifica la expresión $\frac{x^2 - 4}{x - 2}$, da como

salida $x + 2$, sin realizar la aclaración que dicha simplificación supone $x \neq 2$. Así, el usuario debe interpretar la salida con un punto de vista crítico.

La interpretación de las representaciones gráficas en un entorno computacional también implica sus propios desafíos y oportunidades. “Ver” no conduce siempre a una interpretación adecuada del contenido matemático. Esto depende en gran medida, de los estudiantes y de la guía del profesor.

Aspectos generales de nuestra experiencia

Efectuamos una investigación en la asignatura Análisis Matemático I del primer año de carreras de ingeniería de la Universidad Nacional de La Matanza bajo el contexto de una tesis de Maestría. Su objetivo principal fue conocer sobre las manifestaciones de habilidades matemáticas en el aprendizaje del tema derivada en un grupo de estudiantes cuando trabaja con software y relacionarlas con las manifestaciones de aquellos que lo hacen sin el uso de esta herramienta. En cuanto a los aspectos metodológicos, el diseño de investigación elegido fue de test inicial y test final, grupo control y desarrollo de un dispositivo de enseñanza cuidadosamente diseñado. Trabajamos con una comisión de alumnos de las carreras de Ingeniería en Informática, Industrial y Electrónica, dividiéndolos en dos grupos: Grupo 1 y Grupo 2. Ambos trabajaron con las mismas actividades: el primero en el laboratorio de computación de la universidad que cuenta con máquinas cargadas con software *Mathematica* y el segundo en el aula habitual en entorno de lápiz y papel.

Siguiendo las recomendaciones de Fernández et al. (2000) determinamos, en primera medida, cómo íbamos a usar la computadora y con qué software teniendo en cuenta la necesidad educativa y la disponibilidad de recursos. Considerando que nuestros alumnos serán futuros ingenieros, y que pretendemos que para ellos la matemática sea una herramienta de apoyo en su profesión y del hecho de su disponibilidad en la universidad, decidimos utilizar el software *Mathematica*. Ávila (1999, citado en Vílchez, 2007), opina que el *Mathematica* se convirtió probablemente en el mejor ambiente integrado para realizar computación técnica, cuya mayor ventaja es la integración de tareas específicas como análisis numérico, álgebra lineal y graficación mediante un lenguaje simbólico de fácil manipulación.

En cuanto a las actividades diseñadas para llevarse a cabo, si bien algunas están focalizadas a la parte geométrica y gráfica, otras requieren desempeño de los estudiantes en habilidades que son de tipo matemático-

discursivas, como la justificación. Los alumnos que trabajan con computadora deben establecer qué sentencias van a ordenar al software, cómo van a plantear cada ejercicio utilizando la computadora en vez del lápiz y papel al cual están acostumbrados e interpretar los resultados obtenidos. El estudiante se somete a un proceso en el cual, para lograr resolver la tarea asignada, debe convertir el artefacto (la computadora cargada con software específico) en instrumento, es decir, hacerlo propio para integrarlo a su actividad matemática (Trouche, 2003).

Cabe aclarar que al comenzar la experiencia los alumnos ya habían tenido contacto con el uso del software a través de un trabajo práctico obligatorio de la cátedra.

Un ejemplo de actividad con uso de computadora en la clase de Matemática

La siguiente actividad constituyó una del primer grupo de seis en la experiencia citada anteriormente. Para diseñarla tuvimos en cuenta las sugerencias de Sosa et al. (2008) ya que usamos la potencialidad del software para construir tablas, realizar gráficos y cálculos. Trabajamos en registro analítico y gráfico y a través de este último se puede visualizar la posición límite de las rectas secantes: la recta tangente a la curva en el punto dado.

Dada la función $f : R \rightarrow R / f(x) = x^2$:

- Calcular la pendiente de la recta secante que pasa por P (1,f(1)) y Q(2,f(2)). Hallar la ecuación de dicha recta.
- Calcular la pendiente de la recta secante que pasa por P(1,f(1)) Q'(0.5,f(0.5)) Hallar la ecuación de dicha recta.
- Calcular la pendiente de la recta secante que une P (1,f(1)) y:

(0.6, f (0.6))	(1.1, f (1.1))
(0.7, f (0.7))	(1.2, f (1.2))
(0.8, f (0.8))	(1.3, f (1.3))
(0.9, f (0.9))	(1.4, f (1.4))
- Por lo hallado en el ítem anterior, estimar el valor de la pendiente de la recta tangente en $x = 1$.

- e) Hallar la pendiente de la recta secante que une $P(1, f(1))$ con un punto genérico $Q(x, f(x))$
 f) Utilizando la definición de derivada, hallar en forma exacta el valor estimado en el ítem d). Hallar la ecuación de la recta tangente en $x = 1$.
 g) Graficar las rectas obtenidas en los ítems b), c), e) y la curva.

Analizamos esta actividad desde las componentes que cita Berger (2009). En los primeros ítems que solicitamos el cálculo de varias pendientes de rectas secantes, el alumno debe discernir cómo calcularlas con el software. Estamos en la componente *construcción de signos*. El estudiante puede realizar el cálculo pedido de uno a la vez o puede utilizar el comando Table y efectuar todos juntos. Esto dependerá de cuánto conozca los comandos del programa, si está habituado a utilizar el menú de ayuda, si es la primera vez o no que se enfrenta a una tarea con computadora, etc. Mostramos ejemplos en la resolución de estos ítems:

```
f[x_] := x^2
```

a) La ecuación de la pendiente de la recta secantes es: $\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$

$$\frac{f[2] - f[1]}{2 - 1}$$

3

Rta: La pendiente de la recta secante es 3.

```
Solve[f[2] = 3 * 2 + b, b]
```

```
{b -> -2}
```

Rta: La ecuación de la recta es $y = 3x - 2$

Y luego continuaron:

c)

```
Table[ $\frac{f[x] - f[1]}{x - 1}$ , {x, 0.6, 0.9, 0.1}]
```

```
{1.6, 1.7, 1.8, 1.9}
```

```
TableForm[%]
```

```
1.6
```

```
1.7
```

```
1.8
```

```
1.9
```

Como observamos estos alumnos realizaron una construcción de signos avanzada. Definieron la función, luego calcularon la pendiente de la primera recta secante y su ecuación. Después, al evidenciar que la fórmula es la misma en todos los casos, utilizaron el comando Table y la manera en que se puede ver de una forma mejor (TableForm).

Algunos alumnos todavía no incorporaron la sintaxis del programa ni la construcción de signos y usaron la computadora como calculadora, por ejemplo:

```
In[1]:=  $\frac{0.36 - 1}{0.6 - 1}$ 
```

```
Out[1]:= 1.6
```

```
In[2]:=  $\frac{0.49 - 1}{0.7 - 1}$ 
```

```
Out[2]:= 1.7
```

```
In[3]:=  $\frac{0.64 - 1}{0.8 - 1}$ 
```

```
Out[3]:= 1.8
```

La mayoría de los equipos ingresó todos los cocientes incrementales, previa definición de la función. Podríamos decir que es una construcción de signos intermedia entre las dos mostradas anteriormente. Probablemente usaron Copy (copiar), como se utiliza en programas conocidos como Word, para repetir la sintaxis y realizar la estimación correcta. Por ejemplo:

c) Calcular la pendiente de la recta secante que une $P(1, f(1))$ y:

```
 $\frac{f[0.6] - f[1]}{0.6 - 1}$ 
```

```
1.6
```

```
 $\frac{f[0.7] - f[1]}{0.7 - 1}$ 
```

```
1.7
```

```
 $\frac{f[0.8] - f[1]}{0.8 - 1}$ 
```

```
1.8
```

Para estimar el valor de la pendiente de la recta tangente algunos alumnos tomaron valores más cercanos de x a $x = 1$. Como establece Berger, pudieron experimentar. Esta acción se vio favorecida por el uso del CAS,

ya que es probable que si no tenían esta herramienta hubiesen estimado ese valor con los que ya habían calculado. La mayoría de los alumnos contestó a la pregunta usando los valores que brindaba la tarea. Al solicitarle la pendiente de la recta secante genérica, algunos equipos contestaron:

```

In[1]:= f[x_] := x^2
In[2]:= (f[x] - f[1]) / (x - 1)
Out[2]:= (-1 + x^2) / (-1 + x)

```

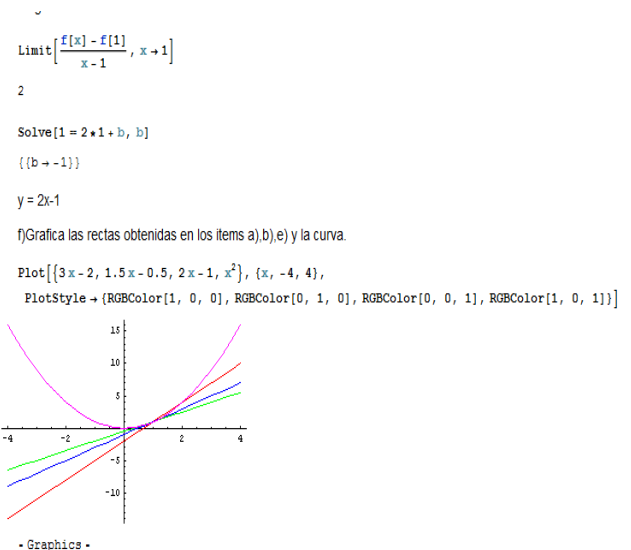
Otros realizaron la simplificación usando el comando Simplify. Nuevamente estamos en presencia de una *construcción de signos* por parte de estos estudiantes.

```

In[5]:= f[x_] := x^2
In[6]:= (f[x] - f[1]) / (x - 1)
Out[6]:= (-1 + x^2) / (-1 + x)
In[7]:= Simplify[%]
Out[7]:= 1 + x

```

En este caso el estudiante debe reconocer que dicha expresión es válida para $x \neq 1$, es decir, tiene que *interpretar* la salida del software. Luego al solicitar el cálculo exacto de la pendiente de la recta tangente y un gráfico con la función, la recta tangente y dos rectas secantes, obtuvimos respuestas como la siguiente, en donde evidenciamos una construcción de signos e interpretación de los mismos:



Reflexión final

La incorporación de la computadora en el aula de matemática no tiene que ser un acto improvisado, es necesario tener en cuenta el objetivo que queremos lograr con la misma, las posibilidades que nos brinda la institución y el contexto en el que vamos a trabajar.

En nuestro caso al ser alumnos de ingeniería consideramos apropiado integrar la computadora como herramienta cognitiva de apoyo al aprendizaje. La decisión sobre el software a utilizar se basó en su mayor medida por la disponibilidad del mismo en la institución donde trabajamos.

Para diseñar las diversas tareas tuvimos en cuenta el marco teórico: utilizar las posibilidades del software para construir tablas, hacer gráficos, construir funciones, controlar cálculos; de manera tal que el alumno lleve a cabo procesos de experimentación y análisis de diferentes situaciones para determinar propiedades y características de los objetos matemáticos en estudio. Quisimos también fomentar el uso de varios registros de representación de un mismo objeto matemático y promover la visualización.

Con las producciones de los alumnos logramos analizar las diversas componentes que establece Berger (2009) en una tarea diseñada con CAS. A través de las mismas y transcurriendo la experiencia pudimos observar el avance del uso de la computadora

en la mayoría de los estudiantes: en un principio casi como calculadora, luego como verdadero instrumento de trabajo que contribuye a la resolución de la tarea matemática encomendada.

Bibliografía

- Artigue, M. (2002). *Aprendiendo matemática en un ambiente CAS: la génesis de una reflexión sobre la instrumentación y la dialéctica entre el trabajo técnico y el conceptual*. Recuperado el 18 de junio de 2010, de <http://www.mat.uson.mx/calculadora/artigue.htm>
- Berger, M. (2009). Designing tasks for CAS classrooms: Challenges and opportunities for teachers and researchers. En D. Kadijevich y R. M. Zbiek (Eds), *Proceedings of the 6th CAME Symposium* (pp. 5-10). Belgrado: Megatrend University.
- Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11 (2), 171-194.
- Contreras de la Fuente, A., Font, V., García, M., Luque, L., Marcolini, M., Ordoñez, L., Ortega, M. y Sánchez, C. (2005). Aplicación del programa Mathematica a las prácticas de cálculo en el primer año universitario. En A. Maz, B. Gómez y M. Torralba (Eds.). *Investigación en Educación Matemática: Noveno Simposio de la Sociedad Española de Educación Matemática SEIEM* (pp. 271-282). España: SEIEM y Servicio de publicaciones de la Universidad de Córdoba.
- Cuevas Vallejos, C. (s.f.) *¿Qué es software educativo o software para la enseñanza?* Recuperado el 5 de octubre de 2009, de <http://www.matedu.cinvestav.mx/~ccuevas/SoftwareEducativo.htm>
- Cuicas, M., Debel, E., Casadei, L. y Álvarez, Z. (2007). El software matemático como herramienta para el desarrollo de habilidades del pensamiento y mejoramiento del aprendizaje de las matemáticas. *Actualidades Investigativas en Educación*, 7 (2), 1-34. Recuperado el 16 de junio de 2009 de <http://revista.inie.ucr.ac.cr>
- Depool, R. y Camacho, M. (2001). *Influencias en el uso de las nuevas tecnologías en la actitud y rendimiento académico de los estudiantes de Cálculo*. Recuperado el 2 de agosto de 2009, de <http://tecnologiaedu.us.es/eusXXI/Programa/paginas/regionlarayaracuy/Depol%20y%20Camacho.doc>
- Esteban, M. (2002). El diseño de entornos de aprendizaje constructivista. *RED. Revista de educación a distancia*, 6. Recuperado el 17 de julio de 2009, de <http://www.um.es/ead/red/6/documento6.pdf>
- Fernández, F., Lima, S. e Izquierdo, J. (2000). *Experiencias en la estructuración de clases de matemática aplicando asistentes matemáticos y colección de tutoriales hipermediales*. Recuperado el 17 de julio de 2009 de www.c5.cl/ieinvestiga/actas/ribie2000/papers/106/
- Jonassen, D., Carr, Ch. y Yueh, H-P. (1998). Computers as mindtools for engaging learners in critical thinking. *TechTrends*, 43 (2), 24-32.
- Martín, D., Castilla, G., De Pascuale, R. y Echenique, M. (2004). *La actividad didáctica en la construcción de los espacios interpsicológicos*. Recuperado el 5 de mayo de 2010 de, <http://www.fchst.unlpam.edu.ar/iciels/222.pdf>
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2003). *The Use of Technology in the Learning and Teaching of Mathematics*.

- Recuperado el 4 de agosto de 2009
<http://www.nctm.org/about/content.aspx?id=6360&itemid=6360&linkidentify=id>
- Oteiza, F., Silva, J. y Equipo Comenius (2001). *Computadores y comunicaciones en el currículo matemático*. Recuperado el 5 de enero de 2010 de <http://www.eduteka.org/pdfdir/SilvaMatematicas.pdf>
- Salinas, J. (1994). Hipertexto e hipermedia en la enseñanza universitaria. *Píxel-bit. Revista de medios y educación*, 1. Recuperado el 18 de marzo de 2010 de <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=1410243>
- Sosa, L., Aparicio, E. y Tuyub, J. (2008). Diseño de actividades de matemáticas con uso de tecnología. En P. Leston (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 21, 1036-1045. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Tall, D. (2003). Using Technology to support and embodied approach to learning concepts in Mathematics. En L. M. Carvalho y L. C. Guimaraes (Eds.), *First Coloquio de Historia e Tecnologia no Ensino de Matemática* (pp.1–28). Universidad del Estado de Río de Janeiro, Brasil.
- Trouche, L. (2003). *Managing the complexity of human/machine environment (CBLE): guiding student's process command through instrumental orchestrations*. Recuperado el 6 de julio de 2010 de <http://www.lkl.ac.uk/research/came/events/reims/2-Presentation-Trouche.doc>
- Vílchez, E. (2007). Sistemas expertos para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en la educación superior. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 3, 42-64.